Rappels mathématiques

1. Notation scientifique

Etape 1 : Rappels sur la notation scientifique

La notation scientifique (ou écriture scientifique) d'un nombre décimal et l'écriture est l'écriture de ce nombre sous la forme $a \times 10^n$, le nombre $\boldsymbol{a}$ **ne possédant qu'un chiffre non nul avant la virgule** $(1 \leq a < 10)$ et n un nombre entier.

Exemple :

Pour passer $0{,}045$ en écriture scientifique on pratique la démarche suivante :
1°/ On respecte la règle donnée dans l'étape 1 en écrivant d'abord 4,5 ($a = 4{,}5$)
2°/ On compte le nombre de fois que l'on a décalé la virgule par rapport au nombre d'origine pour obtenir le nombre a.
Ici 2 fois vers la **droite** donc la valeur de la puissance sera de **-2** (si on avait décalé 2 fois vers la **gauche** la puissance aurait été **2**). Au final on a :

$$4{,}5 \times 10^{-2}$$

Etape 2 : exercice

Valeurs	Votre réponse
$0{,}002158$	
6400	
$0{,}0005258$	
25000000	
25×10^3	
523×10^{-3}	
$0{,}0235 \times 10^{-1}$	
$0{,}0235 \times 10^2$	
3254003×10^3	

2. Chiffres significatifs (#CS)

Etape 1 : Rappels sur les chiffres significatifs

Pour exprimer un résultat, on doit garder un nombre de chiffres significatifs qui indique la précision. Dans un nombre tous les chiffres sont significatifs à partir du premier chiffre non nul.

Exemples :

- ✓ 317,0 : 4 chiffres significatifs
- ✓ 0,0326 : 3 chiffres significatifs (3,2 et 6)

Remarque : un nombre entier est considéré comme possédant un nombre infini de chiffres significatifs. Par exemple l'atome d'hélium contient 2 protons, exactement 2. On pourrait écrire 2,0000… avec autant de zéros que l'on veut.

Le résultat d'un calcul ne doit pas être exprimé avec une précision supérieure à celle de la donnée utilisée la moins précise.

Exemple à maitriser :

Après une multiplication ou/et une division, le résultat ne doit pas comporter plus de chiffres significatifs que le nombre qui en a le moins.

Exemple : $\frac{234{,}45}{42{,}3} \times 4{,}6 = 25{,}4957447 \ldots$ → le résultat doit être arrondi à : 25

Pour aller plus loin :

Après une addition ou/et une soustraction, le résultat ne doit pas comporter plus de décimales que le nombre qui en a le moins.

Exemple : $20{,}312 + 9{,}5 + 420{,}7 = 450{,}512$ → le résultat doit être arrondi à : $450{,}5$.

Règle d'arrondi :

Pour écrire une valeur avec le nombre de décimales souhaitées, il faut arrondir cette valeur à celle qui est la plus proche.

- ✓ Pour un chiffre strict inférieur à 5 : ne pas changer la changer la dernière décimale prise en compte.
- ✓ Pour un chiffre supérieur ou égal à 5 : ajouter 1 à la dernière décimale prise en compte.

Etape 2 : exercices

Donner le nombre de chiffres significatifs :

Données	10 000 m	520 mg	0,0052 L	40,240 g.L^{-1}	21,56 Hz	00897 N	0,010 mol
CS							

Données	0,0002 cm	00,035 g	0,200 N	3,05x10^2 mL	2354,01 kg
CS					

Faire les calculs suivants en conservant le bon nombre de chiffres significatifs :

$4{,}35 \times 02{,}1 =$ $\quad 4{,}0 \times 2{,}0 =$ $\quad 4{,}00 + 2 =$ $\quad \frac{4{,}00}{2{,}000} =$ $\quad \frac{4{,}00}{8{,}1} =$

3. Unités et conversions

Etape 1 : Rappels sur les unités et les conversions

Unités :

Une unité est une référence permettant d'exprimer la valeur numérique d'une grandeur physique. Chaque unité est associée à un symbole.

A priori, il existe un grand nombre d'unités. Pour simplifier les communications internationales, un système international d'unités, définies par des phénomènes physiques reproductibles, a été défini.

Ainsi, les unités de base du système international sont au nombre de 7 et indiquées dans le tableau

Dimension physique	Unité SI
longueur, distance	mètre (m)
Temps, durée	seconde (s)
Masse	kilogramme (kg)
Température	Kelvin (K)
Courant électrique	Ampère (A)
Quantité de matière	Mole (mol)
Intensité lumineuse	Candela (cd)

Il existe également des unités dérivées du système international, qui sont compatibles avec lui. Il s'agit d'unités qui s'expriment directement comme un produit ou quotient d'unités du système international, sans préfacteur devant.

Attention : l'unité SI de masse est le kilogramme et non le gramme. C'est la seule unité du SI qui a un préfixe.

Exemples à retenir :

- L'unité de fréquence, le Hertz, est une unité dérivée du système internationale car elle s'exprime comme ceci : $1\ Hz = 1\ s^{-1}$
- Le Newton, unité de force, est également une unité du SI : $1\ N = 1\ kg\ m\ s^{-2}$
- Le joule, unité d'énergie, est une unité du SI : $1\ J = 1\ kg\ m^2 s^{-2}$.
  Le watt également : $1W = 1\ Js^{-1}$.
  En revanche, le kilowatt-heure, unité d'énergie, n'en n'est **pas** une : $1\ kWh = 3{,}6 \times 10^6\ J$
- Le pascal, unité de pression, est une unité SI : $1\ Pa = 1\ Nm^{-2}$. En revanche, le bar ($1bar = 10^5 Pa$) n'en n'est pas une.
- La minute et l'heure **ne sont pas** des unités du SI : $1\min = 60\ s$ et $1h = 3600\ s$.
- **Le litre n'est pas une unité du système international**, car l'unité de volume du SI est le m^3 :

$$\boxed{1\ L = 10^{-3} m^3}$$

  On peut aussi retenir $1\ mL = 1cm^3$ et ensuite effectuer les conversions nécessaires (voir plus loin)
- Le degré Celsius n'est pas une unité du SI. En revanche, le Kelvin l'est.
  Pour passer de l'un à l'autre : $T_{Kelvin} = \theta_{Celsius} + 273{,}15$

Dans une formule physique, sauf mention contraire, les grandeurs doivent être exprimées dans les unités du système international ou dans une unité dérivée.

Exemple : un gaz parfait vérifie la formule $PV = nRT$ avec $R = 8{,}314\ JK^{-1}mol^{-1}$. Pour appliquer cette formule, P doit être en pascal, V en m^3, n en moles et T en Kelvin.

Grandeur	Formule	Unité SI
Aire	$A = l^2$	m^2
Volume	$V = l^3$	m^3
Masse volumique	$\rho = m/V$	$kg.m^{-3}$
Vitesse	$v = l/t$	$m.s^{-1}$
Accélération	$a = v/t$	$m.s^{-2}$
Quantité de mouvement	$p = mv$	$kg.m.s^{-1}$
Moment cinétique	$L = mrv$	$kg.m^2.s^{-1}$
Indice de réfraction	n=c /v	-
Angle plan	$\alpha = l/R$	rad (radian)
Fréquence	$F = 1/T$	Hz (hertz)
Force	$F = ma$	N (newton)
Travail, énergie	$W = Fl$	J (joule)
Puissance	$P = W/t$	W (watt)
Pression	$P = F/S$	Pa (pascal)
Charge électrique	$I = dq/dt$	C (coulomb)
Différence de potentiel	$U = P/I$	V (volt)
Résistance électrique	$P = RI^2$	Ω (ohm)
Conductance électrique	$G = 1/R$	S (siemens)
Capacité	$Q = CU$	F (farad)
Champ magnétique	$F = lIB$	T (tesla)
Flux magnétique	$\Phi = BS$	Wb (weber)
Inductance	$L = \Phi/I$	H (henry)
Degré Celsius	K+273.15	^oC
Vitesse angulaire	$\omega = \alpha/t$	$rad.s^{-1}$
Moment d'une force	$M = Fd$	N.m
Champ électrique	$F = qE$	$V.m^{-1}$

Le tableau ci-contre regroupe les unités dérivées du système international les plus courantes associées à des grandeurs physiques.

Ce sont ces unités qu'il faut utiliser dans des formules physiques, sans préfixe (sauf pour le kilogramme).

La colonne « Formule » donne les formules physiques qui permettent de passer d'une unité à l'autre. Il est tout à fait normal que vous ne connaissiez pas toutes les grandeurs et formules de ce tableau, nous les verrons au cours de l'année.

Conversions

Vidéo de cours : http://acver.fr/tjp

	Multiples							Sous-Multiples				
Préfixe	Tera-	Giga-	Méga-	Kilo	Hecto	Déca	unité	Déci	Centi	Milli	Micro	Nano
Symbole	T	G	M	k	h	da		d	c	m	µ	n
Exemple (masse)	Tg	Gg	Mg	kg	hg	dag	g	dg	cg	mg	µg	ng
Puissance de 10	10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}

Cas n°1 : Conversion d'une unité multiple ou sous multiple en unité de base.

Il suffit de remplacer le préfixe par sa puissance de 10.

Exemple : Convertir 2,9 Mm en mètre. Le préfixe M (méga) est associé à 10^6, on peut donc écrire :

$$2{,}9\ Mm = 2{,}9.10^6\ m$$

Cas n°2 : Conversion d'une unité multiple ou sous multiple en une autre unité multiple ou sous-multiple

La méthode la plus simple permet d'effectuer de tête n'importe quelle conversion à condition de connaitre les puissances de dix associées aux différents préfixes.

- ✓ **Etape 1 :** Pour convertir une valeur (en mètre par exemple) d'une unité xm en une unité ym on commence par déterminer la puissance de dix (10^a) associées à xm puis celle associée à ym (10^b).
- ✓ **Etape 2 :** On effectue la différence $(a - b)$ entre les exposants des deux unités.
- ✓ **Etape 3 :** la valeur convertie est alors $ym = 10^{a-b} \times xm$

Exemple 1 : Conversion de 22,5 Gm en km

Le préfixe giga est associé à 10^9, le préfixe kilo est associé à 10^3

Différence entre les exposants $9 - 3 = 6$

On a donc : $22,5\ Gm = 22,5.10^6\ km$

Exemple 2 : Conversion de 3,26 nm en m

Le préfixe nano est associé à 10^{-9}, le mètre est associé à 10^0

Différence entre les exposants $-9 - 0 = -9$

On a donc : $3,26\ nm = 3,26.10^{-9}\ m$

Etape 2 : Exercices

Niveau 1 :

Convertir :

42 mV	V	kV	
0,15 A	kA	mA	
2653 mA	A	kA	
0,0024 kA	A	mA	µA
265 µA	A	mA	
2,75 kΩ	Ω		
3 mm	cm	dm	
$0,35\text{x}10^3$ dm	mm	µm	
740 nm	m	mm	µm

Niveau 2 : Faire la fiche d'entraînement « conversions »

4. Les expressions littérales

Etape 1 : Rappels sur les expressions littérales

L'expression littérale est une expression comportant des lettres et éventuellement des nombres. Elle est utilisée pour présenter une propriété, une relation ou un résultat.

En physique-chimie, chaque lettre correspond à une grandeur, c'est-à-dire à une caractéristique ou une propriété d'un objet ou d'un phénomène qui peut être mesurée ou calculée, et dont les différentes valeurs possibles s'expriment à l'aide d'un nombre, le plus souvent accompagné d'une unité.

Déterminer l'expression littérale d'un résultat à partir d'une relation ou d'une formule en physique-chimie correspond à isoler le terme recherché d'une relation ou à résoudre une équation en mathématiques.

Pour déterminer l'expression littérale d'un résultat à partir d'une formule, il est nécessaire d'utiliser les opérations réciproques et de bien comprendre la signification du signe égal.

Exemple : On veut isoler la masse m

$$E_1 = k \times v^2 \times m + E_2$$

On commence par les additions ou les soustractions.

L'opération réciproques de l'addition est la soustraction. Ainsi on va soustraire par E_2 de chaque côté de l'égalité

$$E_1 - E_2 = k \times v^2 \times m + E_2 - E_2$$

On simplifie $+E_2 - E_2$, on a ainsi :

$$E_1 - E_2 = k \times v^2 \times m$$

L'opération réciproques de la multiplication est la division. Ainsi on va diviser par $k \times v^2$ de chaque côté de l'égalité

$$\frac{E_1 - E_2}{k \times v^2} = \frac{k \times v^2 \times m}{k \times v^2}$$

On simplifie $\frac{k \times v^2}{k \times v^2}$, on a ainsi :

$$\frac{E_1 - E_2}{k \times v^2} = m$$

Au final on a :

$$m = \frac{E_1 - E_2}{k \times v^2}$$

Pour avoir des explications complémentaires pour transformer les expressions voici deux vidéos qui vous expliquent comment procéder pour isoler le terme souhaité :

- ✓ Vidéo 1 : http://lc.cx/qqEM
- ✓ Vidéo 2 : http://lc.cx/qqEW

<u>Etape 2 : Exercices</u>

<u>Compléter le tableau (Réaliser les calculs sur une autre feuille) :</u>

On suppose qu'aucune de ces grandeurs n'est nulle.

<u>Niveau 1 :</u>

Relation littérale entre grandeur	Grandeur à isoler	Grandeur à isoler
$v = \frac{d}{\Delta t}$	$d =$	$\Delta t =$
$P = m \times g$	$m =$	$g =$
$f = \frac{1}{T}$	$T =$	
$n = \frac{m}{M}$	$m =$	$M =$
$n = C \times V$	$C =$	$V =$
$C_1 \times V_1 = C_2 \times V_2$	$C_2 =$	$V_1 =$

<u>Niveau 2 :</u>

Relation littérale entre grandeur	Grandeur à isoler	Grandeur à isoler
$E = P \times (t_f - t_i)$	$P =$	$t_i =$

$v = \dfrac{d}{t_2 - t_1}$	$d =$	$t_1 =$
$n = \dfrac{m_1 + m_2}{M}$	$M =$	$m_1 =$
$n_r = c_1 \times V_1 - c_2 \times V_2$	$c_1 =$	$c_2 =$
$E_2 = \dfrac{1}{2} \times m \times v_2^2 + m \times g \times z_2$	$v_2 =$	$m =$
$f_B = (c \times f_E)/(c + f_E)$	$c =$	$f_E =$
$\dfrac{1}{\overline{\overline{OA'}}} - \dfrac{1}{\overline{\overline{OA}}} = \dfrac{1}{f'}$	$f' =$	$\overline{OA'} =$
$U = \dfrac{R_1}{R_1 + R_2} E$	$R_2 =$	$R_1 =$
$\dfrac{1}{R_{eq}} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}$	$R_{eq} =$	$R_2 =$
$I = \dfrac{U_1}{R_1} + \dfrac{U_2}{R_2}$	$U_2 =$	$R_1 =$

5. Fonction et représentation graphique

Etape 1 : Rappels sur les fonctions

En physique chimie, beaucoup de phénomènes sont modélisés par des fonctions affines ou linéaires. Il est donc important de savoir faire le lien entre les mathématiques et la physique.

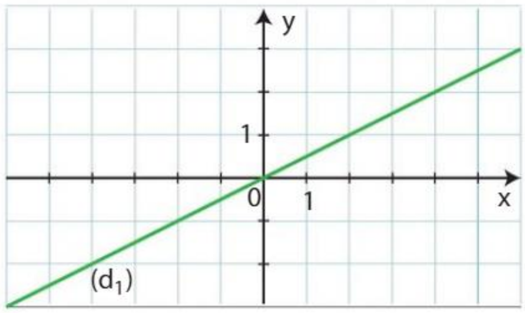
Fonction linéaire

La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère. L'équation de la droite est : $y = a \times x$.

Où a est aussi appelé le coefficient directeur de cette droite. Celui-ci se calcule grâce aux coordonnées de deux points Aet B de la droite :

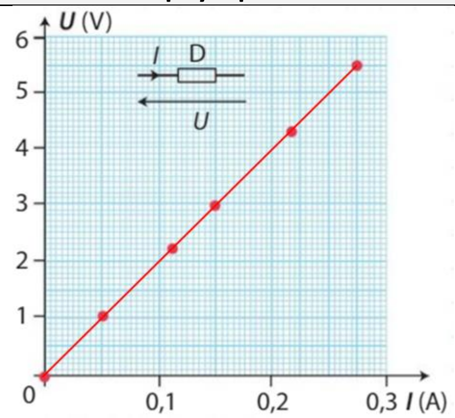
$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Exemple en physique la loi d'Ohm

<table>
<tr><th>Côté mathématiques</th><th>Côté physique-chimie</th></tr>
<tr>
<td>


L'équation de la droite (d_1) s'écrit sous la forme $y = a \times x$ où a est le coefficient directeur de la droite.
a est obtenu à l'aide des coordonnées de deux points de la droite. Ici $A(-4; -2)$; $B(2; 1)$:

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1 - (-2)}{2 - (-4)} = \frac{1 + 2}{2 + 4} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Le coefficient directeur de la droite est $\frac{1}{2}$.
</td>
<td>


Le dipôle suit la loi d'Ohm $U = R \times I$ où la résistance R est le coefficient directeur de la droite (par comparaison avec le **côté mathématiques**)
R est obtenue à l'aide de deux points sur la droite.
Ici $A(0\,;0)$; $B(0{,}15\,;3)$:

$$R = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3 - (0)}{0{,}15 - (0)} = \frac{3}{0{,}15} = 20$$

La résistance de ce dipôle est de $R = 20\ \Omega$
</td>
</tr>
</table>

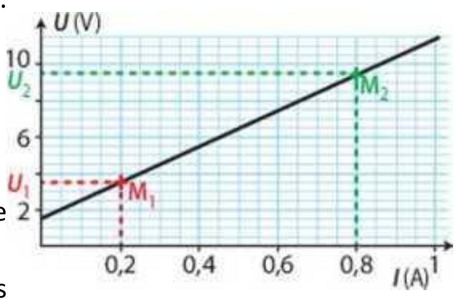
Fonction affine

La représentation graphique d'une fonction affine est une droite. L'équation de la droite est :

$$\boldsymbol{y = a \times x + b}$$

Où a est le coefficient directeur de cette droite et b l'ordonnée à l'origine.

L'ordonnée l'origine b est la valeur de y lue pour $x = 0$



Exemple en physique la caractéristique d'un électrolyseur

La tension U est une fonction affine de l'intensité I, de la forme :

$$U = a \times I + b$$

Le coefficient directeur a correspond à la résistance interne r. L'ordonnée à l'origine b correspond à la force contre-électromotrice E.

On détermine la résistance interne à partir de deux points éloignés $M_1 et\ M_2$repérés sur la droite :

$$r = \frac{U_2 - U_1}{I_2 - I_1} = \frac{9,5 - 3,5}{0,80 - 0,20} = 10\ \Omega$$

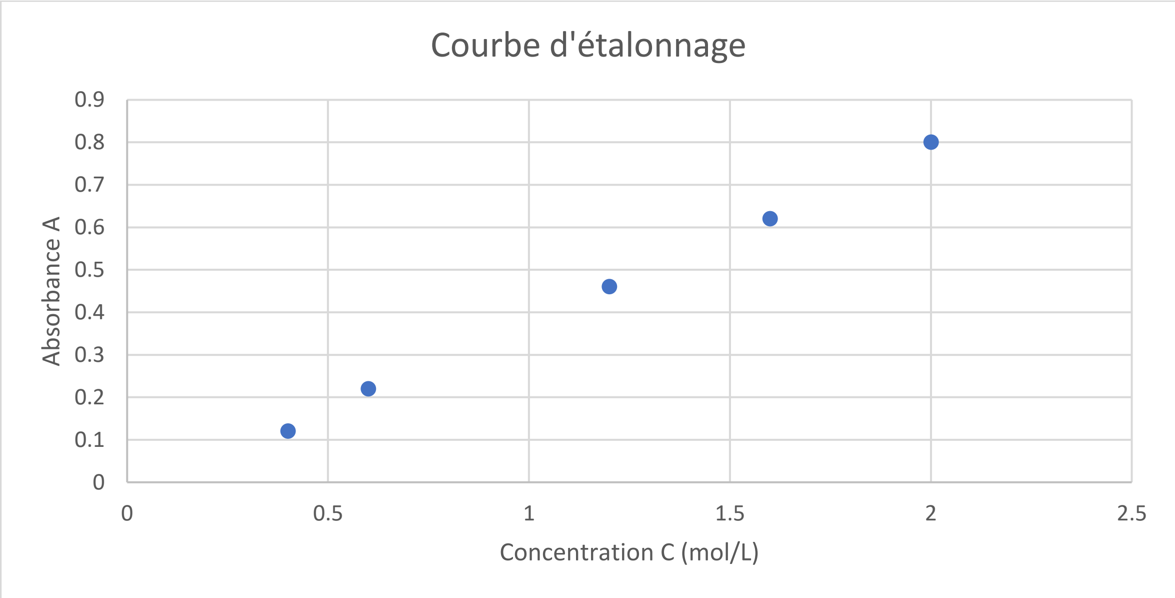
E se détermine par lecture de l'ordonnée à l'origine $E = 1,5\ V$

On a ainsi $U = 10 \times I + 1,5$

Etape 2 : Exercices

Exercice 1 : Fonction linéaire

L'absorbance des solutions S_i, d'une gamme étalon contenant l'ion thiocyanatofer (III) a été mesurée et utilisée pour tracer le graphique ci-dessous :



1°/ Déterminer le coefficient directeur de la droite noté k.

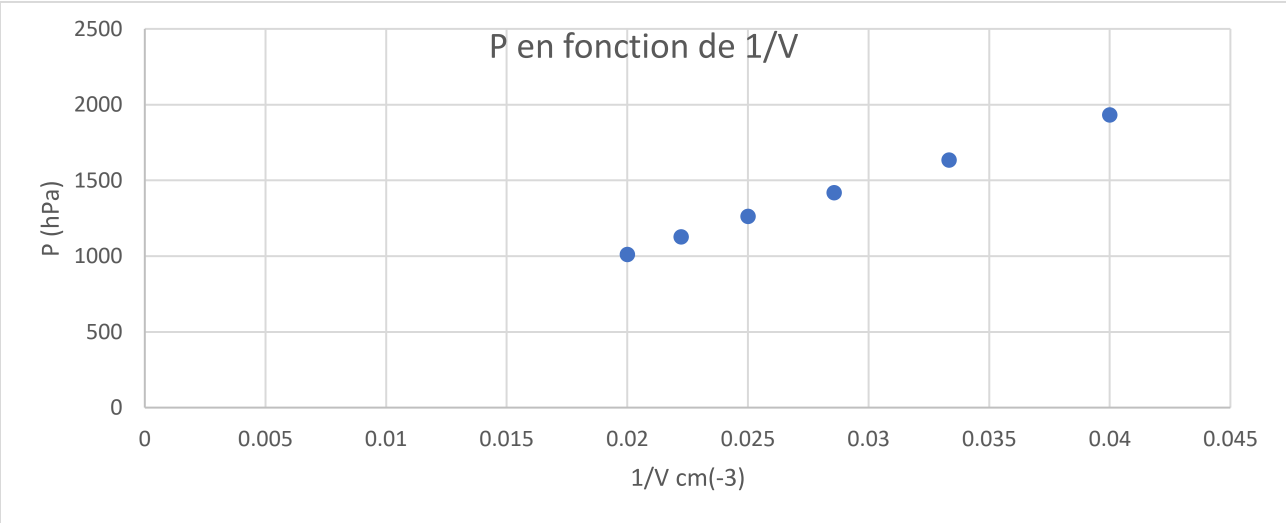
2°/ Déterminer l'équation de la courbe en fonction de A, C et k.

Exercice 2 : Loi de Mariotte

A température constante et à quantité de matière constante, le produit de la pression d'un gaz par le volume V qu'il occupe est constant on la relation suivante :

$$P \times V = c$$

Déterminer la valeur de c à l'aide du graphique ci-dessous :



Valeurs de pression utilisées :

P (hPa)	1011	1127	1261	1419	1633	1932

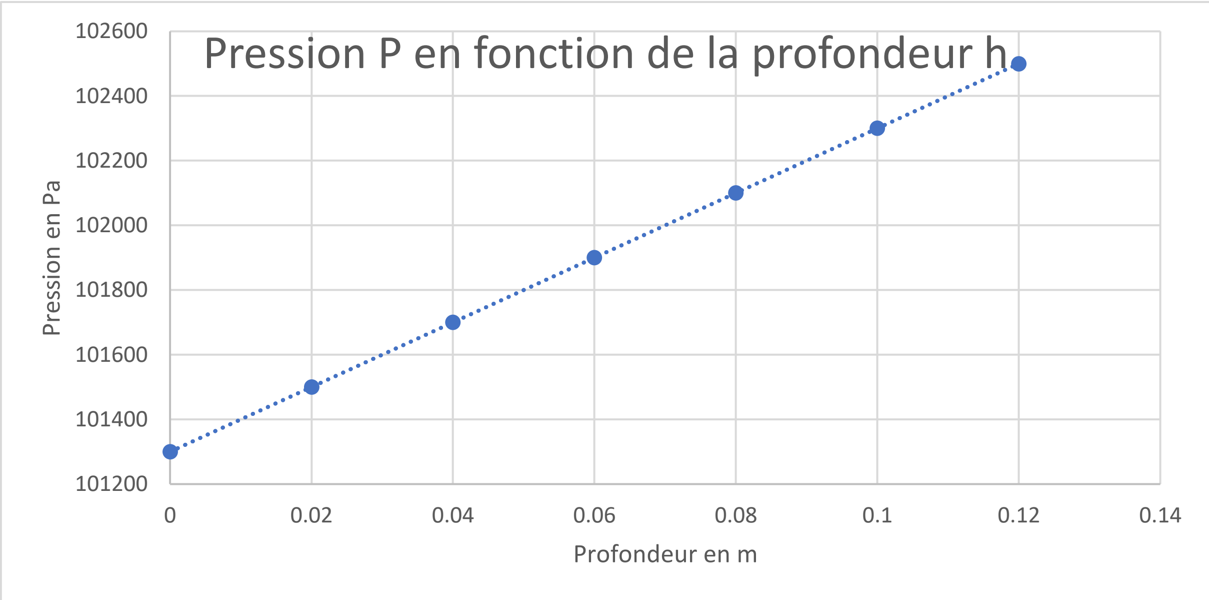
Exercice 3 : Fonction affine

La pression P mesurée en un point d'un fluide incompressible au repos dépend de la profondeur du point et de la masse volumique du fluide.

La loi fondamentale de la statique des fluides s'écrit :

$$\boldsymbol{P_B = \rho \times g \times h + P_A}$$

- ✓ P_B et P_A sont les pressions mesurées aux points A et B
- ✓ h profondeur en m
- ✓ ρ est la masse volumique du fluide en $kg.m^{-3}$



- ✓ g est l'intensité de pesanteur en $N.kg^{-1}$

1°/ Déterminer le coefficient directeur de la droite. En déduire la valeur de g sachant que $\rho = 1000\ kg.m^{-3}$.

2°/ Déterminer l'ordonnée à l'origine. En déduire la valeur de P_A.