

## Devoir maison de rentrée

*L'exercice ci-dessous est à traiter sur feuille pour la rentrée : pensez à l'apporter dès le premier jour. C'est un travail court, et qui ne sera pas noté. L'objectif est seulement de me permettre de faire le point rapidement sur vos acquis sur certains des thèmes de début d'année. L'essentiel est donc que vous fournissiez un travail personnel !*

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0, +\infty[$  par

$$f(x) = \frac{\ln x}{x}.$$

1. Déterminer les limites de  $f$  en 0 et en  $+\infty$ .
2. Déterminer la dérivée de  $f$ .
3. En déduire le tableau de variation de  $f$ .
4. Montrer qu'il existe un unique  $\alpha \in ]0, +\infty[$  tel que  $f(\alpha) = 0$ .
5. En déduire le tableau de signe de  $f$ .
6. Résoudre l'équation  $f(x^2) = f(x)$  sur  $]0, +\infty[$ .